

# Capítulo 1

## Enseñanza matemática: La filosofía de las Matemáticas

---

*La filosofía está escrita en este enorme libro, que está continuamente abierto ante nuestros ojos (digo en el nuevo idioma), pero uno no puede entenderlo primero, uno no aprende a entender el idioma y a conocer los caracteres en que está escrito. Está escrito en lenguaje matemático, y los caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es imposible entender una palabra; sin éstos es un vano vagar por un oscuro laberinto. Galileo Galilei.*

Si se quiere enseñar Matemáticas, lo primero es clarificar al profesor la naturaleza de ésta, para lo cual debe generar una idea muy clara de cómo son los objetos matemáticos que pretende enseñar. No es fácil definir qué es la Matemática o hacer indicaciones que permita entender al lector novel la esencia matemática y, sobre todo, hacerlo sin que entre en conflicto con la idea clara que pudiera atesorar un lector especializado. Que no es fácil definir de una forma precisa la Matemática lo reconoce cualquier profesor de Matemáticas, con independencia del nivel docente

en el que se encuentre. Cada profesor es consciente de cada una de las facetas que tienen la materia matemática en su nivel educativo y también es consciente de que esa dificultad para definirla, se incrementa al cambiar de nivel académico.

*Sé  
Qué hay en tus ojos con solo mirar  
Que estás cansado de andar y de andar  
Y caminar, girando siempre en un lugar*

Nos conviene hacer uso de las distintas definiciones que pudieran ser más comunes. Inicialmente, empleamos la forma en la cual define el diccionario de la Real Academia Española y de la Asociación de Academias de la Lengua Española; Diccionario RAE la palabra "Matemática".

Matemática: *Ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones.*

En ese mismo diccionario se reconoce la interpretación; *Perteneciente o relativo a las matemáticas* y se considera que esta palabra admite la interpretación de adjetivo como sinónimo de *Exacto* y *Preciso*.

En Wikipedia, en español, se dice de las Matemáticas que *... es una ciencia formal que surgió del estudio de las figuras geométricas y la aritmética con números. Hoy en día se suele aceptar que la Matemática es una ciencia que investiga patrones.*

Si se le pregunta a ChatGPT ¿qué es la Matemática? Esta inteligencia artificial devuelve: *La Matemática es una disciplina que estudia la cantidad, el espacio, las estructuras y el cambio. Es una ciencia formal que*

*utiliza símbolos y reglas precisas para representar y manipular conceptos abstractos.*

En general, la cualidad de emplear conceptos abstractos es la característica fundamental de la Matemática, si bien, ese manipular está en relación directa de los conceptos, también abstractos, de número y de figura geométrica. Conceptos que hay que entender o comprender en cierta medida según el nivel educativo en el que se esté.

## 1.1. Entender matemáticas y comprender matemáticas

---

Un mismo saber matemático puede ser interpretado de distintas forma según el tipo de pensamiento predominante que tenga la persona que intenta acceder a ese saber. En su caso, la persona entenderá, o no, ese saber si es capaz de hacer uso correcto del saber en alguna ocasión. Sin embargo, que un saber matemático pueda ser utilizado adecuadamente, puede no ser la característica que declare que se entiende dicho saber. Nosotros interpretamos y matizamos que una cosa es entender un conocimiento matemático y otra cosa distinta es comprender dicho conocimiento. Además, no ponemos la fuerza de la prueba en la capacidad intelectual y emocional de la persona, aunque tenga su importancia tanto para entender como para comprender.

En numerosas ocasiones un profesor intenta presentar un nuevo conocimiento a sus estudiantes sin recapacitar en la naturaleza esencial de eso nuevo y, generalmente, sin hacer interpretaciones aproximadas a lo que se intenta enseñar. Suele ser bastante común que el profesor no detecte que existen objetos matemáticos que pueden ser entendidos mientras

que existen otros que sólo pueden ser comprendidos en el universo de las Matemáticas, puesto que, no todos los conceptos matemáticos son accesible de la misma forma. Para explicar la diferencia entre estos dos tipos objetos matemáticos; los que se entienden y los que se comprenden, estamos presos del lenguaje natural en el cual comunicamos y expresamos, verbalmente o textualmente, nuestros pensamientos.

Se hace necesario nuevamente consultar el diccionario de la RAE por la palabra Entender de la cual nos encontramos con varios significados según el uso, si bien los tres primeras acepciones son: *Tener idea clara de las cosas, saber con perfección algo y conocer o penetrar*. Debemos reconocer que el diccionario identifica como sinónimos de la primera acepción las palabras *comprender, ver, asimilar, alcanzar, discernir, descrifrar, captar, coger pescar, deducir, inferir, interpretar e intuir*. Quizás estas sean las acepciones que más se ajusten a la cuestión relativa al conocimiento matemático que nos ocupa.

Para la palabra Comprender, el diccionario de la RAE muestra sólo cuatro acepciones: *Abrazar, ceñir o rodear por todas partes algo, contener o incluir en si algo, entender, alcanzar o penetrar algo*” y “*encontrar justificados o naturales los actos o sentimientos de otro*. De la tercera acepción se indican como sinónimos de comprender los siguientes: *entender, conocer, captar, discernir, penetrar, concebir, interpretar, intuir, vislumbrar, adivinar, enterarse, cachar y diquelar*

Las dos palabras, entender y comprender, son presentadas como sinónimos de la palabra Conocer que tiene una primera acepción: *Averiguar por el ejercicio de las facultades intelectuales la naturaleza, cualidades y relaciones de las cosas*. Quizás, tener una idea clara de las cosas matemáticas (entender matemáticas), abrazar o ceñir por todas partes una

cuestión matemática (comprender matemáticas) y averiguar intelectualmente la naturaleza de los objetos matemáticos (conocer matemáticas) requiera un esfuerzo intelectual distinto a la persona que accede a la esencia de los objetos matemáticos.

Sin duda, las palabras entender y comprender juegan un papel similar en muchas ocasiones en nuestro lenguaje tanto en forma oral como en forma escrita, ya que es la lengua que constantemente usamos para relacionarnos y comunicarnos. No por ello, no resulta imposible encontrar diferencias de significado en expresiones de índole matemática. Ahora bien, visto lo anteriormente dicho sobre los significados, es difícil matizar sus significados a la hora de utilizar esas palabras anexas a la palabra Matemáticas, sobre todo al usarlas ante una población no iniciada en el saber matemático. La filosofía matemática y el lenguaje matemático pretenden dictaminar significados de forma unívoca a los objetos matemáticos. Sin embargo, el matemático y el usuario hacen uso de un pensamiento y de un discurso que se enmarca dentro del lenguaje natural que se matiza dependiendo del nivel de conocimiento matemático que posee cada uno.

Si se le pregunta a ChatGPT ¿qué es entender Matemáticas? En su búsqueda de respuesta, éste recurso IA devuelve: *Entender matemáticas implica tener un conocimiento profundo y significativo de los conceptos, principios y métodos matemáticos, así como la capacidad de aplicarlos de manera efectiva en una variedad de contextos.* Respuesta que no está alejada de lo que indica el diccionario RAE. Sin embargo, al ser preguntado con ¿qué es comprender Matemáticas? devuelve: *Comprender matemáticas implica tener una visión completa y profunda de los conceptos, principios y procedimientos matemáticos.* Respuesta que no se aleja de la respuesta que da a entender Matemáticas. Además, tanto en

una respuesta como en la otra, indica algunos aspectos clave para entender Matemáticas y comprender Matemáticas. Aspectos que pueden ser encontrados en algunos artículos sobre aprendizaje de la Matemática y que, en proceso de búsqueda, los aglutina en categorías. Por ejemplo:

*La conceptualización matemática:* Comprender los conceptos matemáticos significa más que simplemente memorizar fórmulas o procedimientos. Implica comprender la lógica y la estructura subyacente de los conceptos, así como sus interconexiones con otros conceptos en Matemáticas y en otros campos.

*El razonamiento y la resolución de problemas:* La comprensión matemática implica ser capaz de razonar de manera lógica y aplicar estrategias efectivas para resolver problemas matemáticos. Esto incluye la capacidad de identificar patrones, formular conjeturas, desarrollar argumentos lógicos y encontrar soluciones elegantes.

*La flexibilidad y la adaptabilidad:* Entender matemáticas implica ser capaz de adaptar diferentes enfoques y estrategias para abordar problemas matemáticos. Esto requiere flexibilidad mental y la capacidad de pensar de manera creativa para encontrar soluciones.

*La aplicación y la conexión:* Comprender matemáticas implica ser capaz de aplicar conceptos y métodos matemáticos en una variedad de contextos y hacer conexiones entre diferentes áreas de las matemáticas y entre las matemáticas y otras disciplinas.

*La comunicación matemática:* La comprensión matemática también implica la capacidad de comunicar ideas y procesos matemáticos de manera clara y efectiva, ya sea a través de la escritura, el habla o la representación visual. Esto incluye explicar conceptos matemáticos, justificar resultados y presentar soluciones de manera coherente y comprensible.

Nos sorprende que se emplee tanto las palabras Implice o Implica, principalmente por que implicar no es un simple condicional lógico. Implicar es un condicional verdadero donde tanto la expresión antecedente (comprender o entender matemáticas) como la expresión consecuente son verdaderas. Así pues, si una persona no cumple con alguno de las expresiones consecuente de las indicadas en los aspectos claves, se deduce que no entiende o comprende matemáticas. Sin duda, esos aspectos no dejan de ser un dislate holístico obtenido artificialmente de los múltiples artículos existentes en la red que son consultados por ChatGPT.

Desde luego, si alguien cumple con todos esos aspectos clave (categorías), en alguna porción, de la Matemática podría ser catalogado como un magnífico matemático. En cualquier caso, en todos estos aspectos claves se obvia las características intrínsecas de los objetos y conceptos matemáticos, quedando la capacidad intelectual humana como el elemento que define. Entendemos que los objetos matemáticos tienen mucho peso en estas dos cuestiones de entender o de comprender matemáticas.

## **1.2. Paradigma numérico de qué es entender matemáticas**

---

Un ejemplo puede clarificar lo que decimos en relación a entender algunos objetos matemáticos. Hágame caso lector. Piense en un número y escríbalo en un papel. ¿En qué número ha pensado? Muy probablemente haya pensado en un número entero positivo de una o dos cifras. ¿No? Si he acertado, probablemente se pregunte el motivo de mi presunción.