

Índice

| | |
|--|-----------|
| Introducción | 9 |
| Presentación | 9 |
| ¿Qué es la Topología? | 11 |
| Consejos | 14 |
| Sobre los ejercicios | 15 |
| Sobre la bibliografía y para continuar aprendiendo | 16 |
| Agradecimientos | 18 |
| | |
| I. Teoría de conjuntos | 21 |
| I.1. Conceptos básicos | 22 |
| I.2. Aplicaciones entre conjuntos | 31 |
| I.3. Relaciones de equivalencia | 44 |
| I.4. Relaciones de orden | 47 |
| I.5. Ejercicios resueltos | 49 |
| I.6. Ejercicios | 50 |
| | |
| 2. Espacios métricos | 53 |
| 2.1. Distancias | 54 |
| 2.2. Distancias inducidas por normas | 69 |
| 2.3. Distancias entre conjuntos | 72 |
| 2.4. Topología en espacios métricos | 77 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 2.5. | Continuidad de aplicaciones entre espacios métricos | 85 |
| 2.6. | Ejercicios resueltos | 88 |
| 2.7. | Ejercicios | 91 |
| 3. | Espacios topológicos | 95 |
| 3.1. | Topología y base de una topología | 95 |
| 3.2. | Conjuntos cerrados | 109 |
| 3.3. | Conjuntos importantes | 112 |
| 3.4. | Ejercicios resueltos | 122 |
| 3.5. | Ejercicios | 123 |
| 4. | Aplicaciones continuas | 127 |
| 4.1. | Continuidad | 127 |
| 4.2. | Aplicaciones abiertas/cerradas | 133 |
| 4.3. | Ejercicios resueltos | 136 |
| 4.4. | Ejercicios | 139 |
| 5. | Topologías importantes | 141 |
| 5.1. | Topología inducida | 141 |
| 5.1.1. | La Geometría de plastilina | 147 |
| 5.2. | Otros conceptos importantes | 150 |
| 5.3. | Topología cociente | 155 |
| 5.4. | Topología producto | 166 |
| 5.5. | Ejercicios resueltos | 176 |
| 5.6. | Ejercicios | 178 |
| 6. | Conjuntos compactos | 183 |
| 6.1. | Definición y ejemplos | 183 |
| 6.2. | Propiedades de compactos | 188 |
| 6.3. | Compacidad secuencial | 198 |
| 6.4. | Compacidad local | 204 |

| | | |
|--------------|--|------------|
| 6.5. | Ejercicios resueltos | 206 |
| 6.6. | Ejercicios | 207 |
| 7. | Espacios de Hausdorff | 209 |
| 7.1. | Definición y ejemplos | 209 |
| 7.2. | Propiedades de los espacios de Hausdorff | 215 |
| 7.3. | Implicaciones con la compacidad | 220 |
| 7.4. | Propiedades de los espacios normales | 227 |
| 7.5. | Ejercicios resueltos | 233 |
| 7.6. | Ejercicios | 234 |
| 8. | Espacios conexos | 237 |
| 8.1. | Definición y ejemplos | 237 |
| 8.2. | Propiedades de los espacios conexos | 241 |
| 8.3. | Conexión local | 249 |
| 8.4. | Ejercicios resueltos | 252 |
| 8.5. | Ejercicios | 253 |
| 9. | Espacios arco-conexos | 257 |
| 9.1. | Definición y ejemplos | 257 |
| 9.2. | Propiedades de los espacios arco-conexos | 260 |
| 9.3. | Arco-conexión local | 267 |
| 9.4. | Ejercicios resueltos | 270 |
| 9.5. | Ejercicios | 272 |
| Anexo | | 275 |
| 9.6. | Desigualdades y leyes | 275 |
| 9.6.1. | Desigualdad de Cauchy-Schwarz | 275 |
| 9.6.2. | Desigualdad de Minkowski | 276 |
| 9.6.3. | Leyes de De Morgan | 277 |
| 9.7. | Demostración del Teorema de Heine-Borel | 278 |

| | | |
|---------|--|------------|
| 9.8. | Biografías | 279 |
| 9.8.1. | Pavel Sergeevich Alexandroff | 280 |
| 9.8.2. | Augustus De Morgan | 281 |
| 9.8.3. | Leonhard Euler | 282 |
| 9.8.4. | René Maurice Fréchet | 284 |
| 9.8.5. | Ferdinand Georg Frobenius | 285 |
| 9.8.6. | Felix Hausdorff | 286 |
| 9.8.7. | Felix Christian Klein | 287 |
| 9.8.8. | Andrey Nikolaevich Kolmogórov | 289 |
| 9.8.9. | Johann Benedict Listing | 290 |
| 9.8.10. | August Ferdinand Möbius | 291 |
| 9.8.11. | Jules Henri Poincaré | 291 |
| 9.8.12. | Georg Friedrich Bernhard Riemann | 293 |
| 9.8.13. | Frigyes Riesz | 294 |
| 9.8.14. | Andrey Nikolayevich Tychonoff | 295 |
| 9.8.15. | Pavel Samuilovich Urysohn | 296 |
| | Bibliografía | 299 |
| | Índice de términos | 303 |
| | Notación | 307 |