

Índice general

I	Álgebra Lineal: Ideas, Resultados, Métodos y Aplicaciones	I
I.1.	Preliminares	1
I.1.1.	Estructuras algebraicas básicas	1
I.1.1.1.	Algo de conjuntos	1
I.1.1.2.	El concepto de grupo	5
I.1.1.3.	El concepto de cuerpo	7
I.1.2.	Análisis matricial básico	10
I.1.2.1.	Primeras definiciones y propiedades	10
I.1.2.2.	Determinante de una matriz	12
I.1.2.3.	Matriz inversa	15
I.1.2.4.	Rango de una matriz	17
I.1.2.5.	Sistemas de ecuaciones lineales	17
I.1.2.6.	Factorización $PA = LU$	19
I.2.	Espacios Vectoriales	21
I.2.1.	Concepto de espacio vectorial	22
I.2.2.	Subespacios vectoriales	27
I.2.3.	La clausura lineal	35
I.2.4.	Espacios vectoriales de tipo finito	38
I.2.5.	Base y dimensión de un espacio vectorial	40
I.2.6.	Métodos de resolución	48
I.2.6.1.	Cálculo de coordenadas	48
I.2.6.2.	Obtención del vector a partir de las coordenadas	50
I.2.6.3.	Estudio de la independencia lineal en espacios de tipo finito	50
I.2.6.4.	Estudio de la independencia lineal en el espacio vectorial proto- tipo 5	51
I.2.6.5.	Determinación de bases a partir de sistemas generadores	53
I.2.6.6.	Manipulación de subespacios vectoriales	56
I.2.6.7.	Manipulación del subespacio vectorial suma	58
I.2.6.8.	Manipulación del subespacio vectorial intersección	59
I.2.6.9.	Prolongación de bases	60

I.2.6.10. Cambio de base	61
I.3. Homomorfismos entre Espacios Vectoriales	65
I.3.1. Conceptos y resultados básicos	65
I.3.2. Representación matricial de un homomorfismo	73
I.3.3. Determinación del núcleo y de la imagen	77
I.3.4. Cambio de base en un homomorfismo	79
I.3.5. Cambio de base en un endomorfismo	79
I.3.6. Diccionario endomorfismos-matrices	81
I.4. Diagonalización de Endomorfismos	85
I.4.1. Semejanza de matrices	87
I.4.2. Planteamiento del problema de la diagonalización	88
I.4.3. Autovalores, autovectores y autoespacios	90
I.4.4. Determinación de autovalores	96
I.4.5. Segundo teorema de diagonalización	99
I.4.6. Algoritmo de diagonalización	101
I.4.7. Caso real-complejo	105
I.5. Formas Canónicas	107
I.5.1. Forma canónica de Jordan 2×2	109
I.5.1.1. Caso de raíces en \mathbb{K}	109
I.5.1.2. Caso real-complejo	111
I.5.2. La Forma canónica de Jordan $n \times n$	112
I.5.2.1. El polinomio mínimo	112
I.5.2.2. La matriz J	115
I.5.2.3. La matriz de paso P	119
I.5.2.4. Cálculo de la matriz de paso P	122
I.5.2.5. Un ejemplo general	126
I.5.2.6. Algoritmo para el análisis de la forma canónica de Jordan	128
I.5.2.7. Caso real-complejo	129
I.5.3. Forma canónica real de Jordan	131
I.6. Formas Bilineales y Cuadráticas	137
I.6.1. Formas bilineales	138
I.6.1.1. Concepto de forma bilineal	138
I.6.1.2. Representación matricial y polinomial	140
I.6.1.3. Formas bilineales simétricas y antisimétricas	145
I.6.2. Formas cuadráticas	149
I.6.2.1. Concepto de forma cuadrática	149
I.6.2.2. Representación matricial y polinomial	153
I.6.2.3. El método de compleción de cuadrados	154
I.6.3. Formas cuadráticas reales	160

I.6.3.1. Representación canónica de una forma cuadrática	161
I.6.3.2. Clasificación.	164
I.6.4. Formas sesquilineales y cuadráticas hermíticas	170
I.6.4.1. Representación matricial y polinomial	171
I.6.4.2. Formas sesquilineales hermíticas	174
I.6.4.3. Formas cuadráticas hermíticas	175
I.6.4.4. Clasificación	178
I.7. Espacios Euclídeos y Unitarios	179
I.7.1. Conceptos y resultados básicos	180
I.7.2. Ortogonalidad	185
I.7.2.1. El complemento ortogonal	186
I.7.2.2. Bases ortonormales y bases ortogonales	188
I.7.2.3. Proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt	191
I.7.2.4. Aplicación: la factorización $A=QR$	195
I.7.3. Diagonalización ortogonal	198
I.7.3.1. Teorema espectral real	198
I.7.3.2. Proceso de diagonalización ortogonal	201
I.7.3.3. Aplicación a la diagonalización de formas cuadráticas	204
I.7.4. Proyecciones ortogonales	207
I.7.4.1. Cálculo de la proyección de un vector	207
I.7.4.2. Matriz de proyección	211
I.7.4.3. Aplicación al problema de los mínimos cuadrados	212
I.7.5. Espacios unitarios	214
I.8. Cónicas y Cuádricas	219
I.8.1. El concepto de espacio afín	220
I.8.2. Cónicas	221
I.8.2.1. Cónicas. Estudio particular.	221
I.8.2.2. Obtención de la ecuación reducida de una cónica.	224
I.8.2.3. Invariantes métricos de las cónicas.	228
I.8.2.4. Clasificación de las cónicas en función del número de centros. Coeficientes de la ecuación reducida.	229
I.8.2.5. Clasificación de las cónicas en función de los invariantes.	231
I.8.2.6. Clasificación de las cónicas mediante compleción de cuadrados.	235
I.8.3. Cuádricas	238
I.8.3.1. Cuádricas. Estudio particular.	238
I.8.3.2. Obtención de la ecuación reducida de una cuádrlica.	243
I.8.3.3. Invariantes métricos de las cuádrlicas.	245
I.8.3.4. Clasificación de las cuádrlicas en función del número de centros. Coeficientes de la ecuación reducida.	246
I.8.3.5. Clasificación de las cuádrlicas en función de los invariantes.	249
I.8.3.6. Clasificación de las cuádrlicas mediante compleción de cuadrados	254

I.9. Aplicación a las Ecuaciones Diferenciales	257
I.9.1. Teoría fundamental	257
I.9.1.1. Sistemas homogéneos	259
I.9.1.2. Sistemas completos	262
I.9.1.3. Fórmula de variación de constantes	262
I.9.1.4. La ecuación diferencial lineal de orden n	264
I.9.2. Sistemas lineales con coeficientes constantes	266
I.9.2.1. Exponencial de una matriz: teoría básica	266
I.9.2.2. Cálculo de la exponencial de una matriz: caso diagonalizable	268
I.9.2.3. Cálculo de la exponencial de una matriz: caso general real	268
I.9.2.4. Cálculo de la exponencial de una matriz: caso general complejo	270
I.9.2.5. Sistemas planos	271
I.9.2.6. Interpretación geométrica de los sistemas planos	272
Índice alfabético	277
Bibliografía	281
II Álgebra Lineal: Problemas y Ejercicios	I
II.1. Preliminares	1
II.2. Espacios Vectoriales	17
II.3. Homomorfismos entre Espacios Vectoriales	49
II.4. Diagonalización de Endomorfismos	71
II.5. Formas Canónicas	125
II.6. Formas Bilineales y Cuadráticas	159
II.7. Espacios Euclídeos y Unitarios	177
II.8. Cónicas y Cuádricas	201
II.9. Aplicación a las Ecuaciones Diferenciales	227
Bibliografía	239