

Índice general

Capítulo 1. El espacio proyectivo	5
1.1. Introducción	5
1.2. Definición de espacio proyectivo	6
1.3. Motivación de la definición de espacio proyectivo	8
1.4. Dimensión, subespacios proyectivos, suma e intersección.	10
1.5. Ejercicios	18
Capítulo 2. Coordenadas en espacios proyectivos	21
2.1. Coordenadas homogéneas	21
2.2. Referencias proyectivas	23
2.3. Cambios de referencia proyectiva	26
2.4. Ecuaciones de subespacios proyectivos	27
2.5. El espacio proyectivo dual	31
2.6. Cambios de coordenadas entre referencias duales	33
2.7. Dualidad proyectiva	35
2.8. Dualidad vectorial y proyectiva	36
2.9. El teorema de Pappus	40
2.10. Ejercicios	44
Capítulo 3. Aplicaciones proyectivas	47
3.1. Definición de aplicación proyectiva	47
3.2. Proyecciones	51
3.3. Ecuaciones de una aplicación proyectiva	55
3.4. Ejercicios	58
Capítulo 4. La recta proyectiva.	63
4.1. Razón doble de cuatro puntos alineados	64
4.2. Razón doble en haces de hiperplanos	69
4.3. Cuaternas armónicas	71
4.4. Clasificación de homografías de una recta proyectiva en sí misma	74
4.4.1. Homografías con dos puntos fijos distintos	75

4.4.2.	Los dos puntos M y N coinciden	75
4.5.	Involuciones	76
4.6.	Homografías entre dos rectas del plano proyectivo	79
4.6.1.	El teorema del eje	81
4.7.	Ejercicios	83
Capítulo 5. Cónicas y cuádricas		93
5.1.	Cuádricas.	94
5.1.1.	Cambios de referencia	94
5.2.	Cónica por cinco puntos	95
5.3.	Cónicas y cuádricas degeneradas	97
5.4.	Hiperplano polar de un punto respecto de una cuádrica	101
5.5.	Hiperplanos y rectas tangentes a una cuádrica	105
5.5.1.	Coordenadas de Plücker	108
5.6.	Cónicas duales	112
5.6.1.	Cónicas duales degeneradas	114
5.6.2.	Cuadrilátero completo circunscrito a una cónica	115
5.7.	Ecuaciones canónicas de cuádricas proyectivas	116
5.8.	Ejercicios	120
Capítulo 6. Propiedades adicionales de las cónicas		129
6.1.	Parametrización de cónicas no degeneradas	129
6.2.	Razón doble de cuatro puntos sobre una cónica	135
6.3.	Haces de cónicas	138
6.3.1.	El teorema de Desargues para haces de cuádricas	139
6.4.	Homografías de una cónica	140
6.5.	Clasificación de haces de cónicas	145
6.6.	Ejercicios	159
Capítulo 7. Geometría afín y proyectiva		173
7.1.	Definición de geometría afín	173
7.2.	Estructura afín en el complementario de un hiperplano.	180
7.3.	Coordenadas homogéneas reales y complejas.	189
7.3.1.	Conjugación.	189
7.3.2.	Hiperplanos.	189
7.4.	Geometría afín de la cuádrica	190
7.4.1.	Ecuaciones reducidas de cónicas afines	196
7.4.2.	Geometría afín de la cónica desde un punto de vista proyectivo	198
7.5.	Ejercicios	200

Capítulo 8. Geometría euclídea	209
8.1. Introducción	209
8.2. La cuádrlica del absoluto	210
8.2.1. Ángulo que forman dos rectas	213
8.3. Geometría euclídea de las cónicas	214
8.3.1. Consideraciones previas	215
8.3.2. Cónicas euclídeas con centro	215
8.3.3. Cónicas euclídeas sin centro	218
8.3.4. Cálculos en coordenadas	221
8.3.4.1. Cónicas con centro	221
8.3.4.2. Parábolas	223
8.4. Ejercicios	226
Soluciones de los ejercicios propuestos	237
Bibliografía	447