

Índice

Notación	v
Prólogo	vii
1 Preliminares	1
1.1 Motivación	1
1.2 Conceptos básicos	3
1.3 Envolvente	18
1.4 Interpretación geométrica de la ecuación diferencial de primer orden	22
1.5 Métodos aproximados de resolución	24
1.6 Ejercicios	29
2 Métodos elementales de integración de ecuaciones diferenciales de primer orden	37
2.1 Introducción	37
2.2 Variables separables	39
2.3 Ecuaciones homogéneas	45
2.4 Ecuación lineal	53
2.5 Ecuación de Bernoulli	59
2.6 Ecuación de Riccati	62
2.7 Ecuaciones exactas	66
2.8 Ecuaciones reducibles a exactas mediante un factor integrante	73
2.9 Ecuaciones de primer orden resueltas por diferenciación. Ecuación de Lagrange	82
2.10 Ecuación de Clairaut	86
2.11 Propiedades cualitativas de las soluciones	90
2.12 Ejercicios	103
3 Existencia y unicidad de soluciones	119

3.1	Introducción	119
3.2	El espacio de las funciones continuas	123
3.3	Teorema de Peano: Existencia local de soluciones	136
3.4	Teorema de Picard-Lindelöf: existencia y unicidad de soluciones	142
3.5	Teorema de Cauchy	154
3.6	Prolongabilidad de las soluciones	156
3.7	Dependencia continua respecto de los parámetros y los datos iniciales	158
3.8	Diferenciabilidad respecto de los parámetros	162
3.9	Ejercicios	165
4	Ecuaciones lineales	177
4.1	Introducción	177
4.2	Ecuación lineal de orden 2 con coeficientes constantes	179
4.3	Independencia lineal de funciones y Wronskiano	199
4.4	Ecuación lineal de orden N	201
4.5	Desarrollo en series de potencias de las soluciones	216
4.5.1	Desarrollos en serie de potencias en un punto ordinario	216
4.5.2	Desarrollos en serie de potencias en un punto singular regular: método de Frobenius	226
4.6	Ejercicios	229
5	Sistemas lineales	235
5.1	Introducción	235
5.2	Conceptos del análisis matricial	238
5.3	Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales homogéneos	249
5.4	Sistemas lineales no homogéneos	264
5.5	Ecuación lineal de orden N	272
5.6	Sistemas lineales con coeficientes periódicos. Teoría de Floquet	277
5.7	Ejercicios	288
6	Teoría cualitativa	299
6.1	Introducción	299
6.2	Sistemas dinámicos y diagramas de fases	303
6.3	Clasificación de sistemas lineales en el plano	327
6.4	Sistemas no lineales: Estabilidad	337
6.5	Sistemas gradiente	360
6.6	Sistemas conservativos. Sistemas hamiltonianos	371
6.7	Ejercicios	387

7 Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales	401
7.1 Introducción	401
7.2 Ecuación del péndulo	402
7.3 Ecuaciones diferenciales en ecología	405
7.4 Sistemas de ecuaciones diferenciales en quimiotaxis	411
7.5 Aplicaciones a la mecánica de fluidos. Flujo estacionario en una esquina	413
7.6 Ejercicios	416
Apéndice I. Espacios vectoriales	419
Apéndice II. Teorema de la alternativa de Fredholm en dimensión finita	421
Apéndice III. Espacios topológicos	425
Apéndice V. Fórmulas trigonométricas	429
Bibliografía	431
Índice alfabético	433